

# Das Sonnensystem – Übungen

## Lösungsvorschläge zur 9. Übungsserie

2018-01-19

### Aufgabe 9.1

Ein gutes, wenngleich willkürliches Maß für die Absorption eines „Großteils“ der UV-Strahlung wäre eine optische Dicke  $\tau = 1$ . Diese liegt vor, wenn der Gesamtquerschnitt der Teilchen in der Säule dem Säulenquerschnitt entspricht, also  $1 \text{ m}^2/\text{m}^2$ . Das entspricht:

$$n_c \sigma \stackrel{!}{=} 1, \quad (1)$$

wobei  $n_c$  hier die Säulenzahldichte darstellt und  $\sigma = 10^{-21} \text{ m}^2$  den Querschnitt je Molekül. Die Säulenmassendichte ergibt sich dann mit der Molekülmasse  $\mu u$  und  $\mu = 3 \cdot 16$  zu

$$\mu n_c = \frac{\mu u}{\sigma} = \frac{48 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{10^{-21} \text{ m}^2} = 7,7 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}^2. \quad (2)$$

Um dieses Ozon in Normalbedingungen ( $T = 293 \text{ K}$ ,  $P = 10^5 \text{ Pa}$ ) zu bringen, ist eine Zahldichte  $n$  nötig, die sich aus der idealen Gasgleichung ergibt:

$$P = nkT. \quad (3)$$

Für eine homogene Schicht der Dicke  $d$  gilt nun  $n_c = nd$ , sodass mit Gl. (1) und (3) gilt:

$$d = \frac{n_c}{n} = \frac{kT}{P\sigma} = \frac{1,4 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 293 \text{ K}}{10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-21} \text{ m}^2} \approx 40 \text{ } \mu\text{m} = 4 \text{ DU}, \quad (4)$$

wobei DU hier für die nach Gordon Dobson benannte Dobson-Einheit steht. Für die Erdatmosphäre typisch sind Schichtdicken von 200 bis 500 DU, also etwa das Hundertfache. Im Bereich der maximalen Absorption (bei etwa 250 nm) absorbiert die Ozonschicht damit die solare UV-Strahlung bis auf einen Rest von  $e^{-100} \sim 10^{-43}$ . Bei 215 und 290 nm, wo der Absorptionsquerschnitt je Molekül noch bei  $10^{-22} \text{ m}^2$  liegt, dringt ein Anteil von  $e^{-10} \approx 5 \cdot 10^{-5}$  bis zum Boden durch. Bei 310 nm sind es nur noch  $10^{-23} \text{ m}^2$  und damit  $e^{-1} \approx 37\%$ . Im Minimum bei etwa 380 nm ist der Querschnitt um weitere 4 Größenordnungen geringer, sodass dort keine nennenswerte Absorption mehr stattfindet (siehe Abb. 1).

### Aufgabe 9.2

Die Änderung der Schichtdicke mit der Zeit,  $\dot{z}$ , ergibt sich aus der Masse der je Zeitanheit und Fläche aufgelagerten Moleküle,  $\dot{m} = \dot{N}\mu u/A$ , und der Dichte  $\rho$  des entstehenden  $\text{CO}_2$ -Eises:

$$\dot{z} = \dot{m}/\rho. \quad (5)$$

Im Extremfall einer sehr kalten Oberfläche haftet jedes auftreffende  $\text{CO}_2$ -Molekül und keines kann durch Sublimation wieder entkommen. Die Zahl der aufprallenden Moleküle hängt nun mit dem Druck  $P$ , der Molekülmasse  $\mu u$  und der Molekülgeschwindigkeit senkrecht zur Oberfläche,  $v_z$ , wie folgt zusammen:

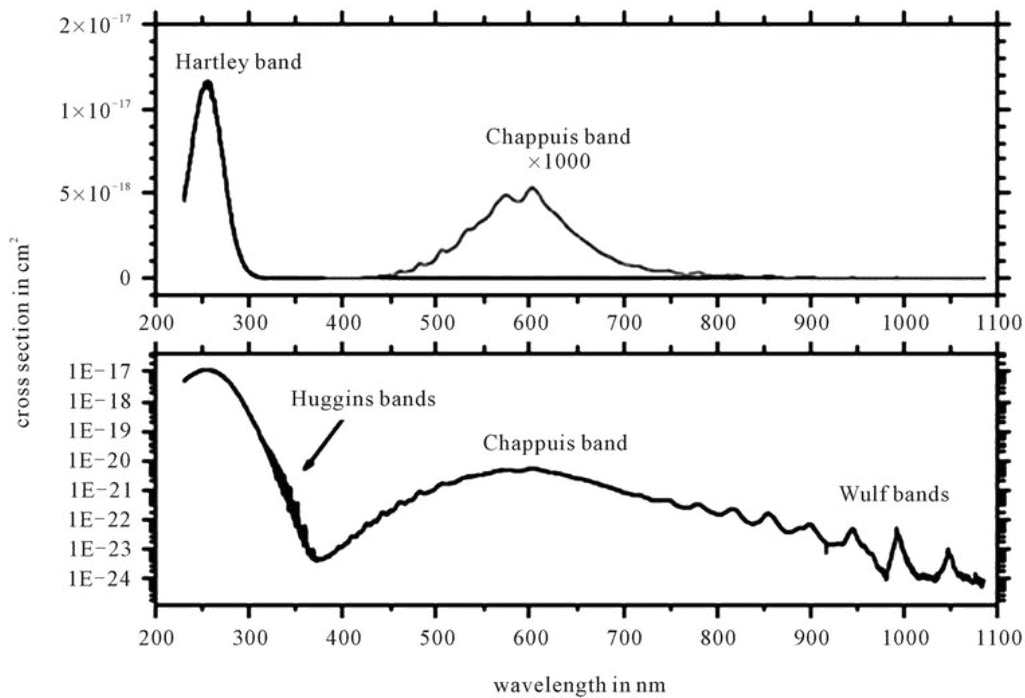
$$P = \frac{2\dot{N}\mu u v_z}{A}, \quad (6)$$

wobei gilt, dass  $v_z^2 \sim v_{\text{therm}}^2 = \sqrt{2kT/(\mu u)}$ . Damit folgt

$$\dot{z} = \frac{\dot{N}\mu u}{A\rho} = \frac{P}{2v_{\text{therm}}\rho} = \frac{P}{2\rho} \sqrt{\frac{\mu u}{2kT}}. \quad (7)$$

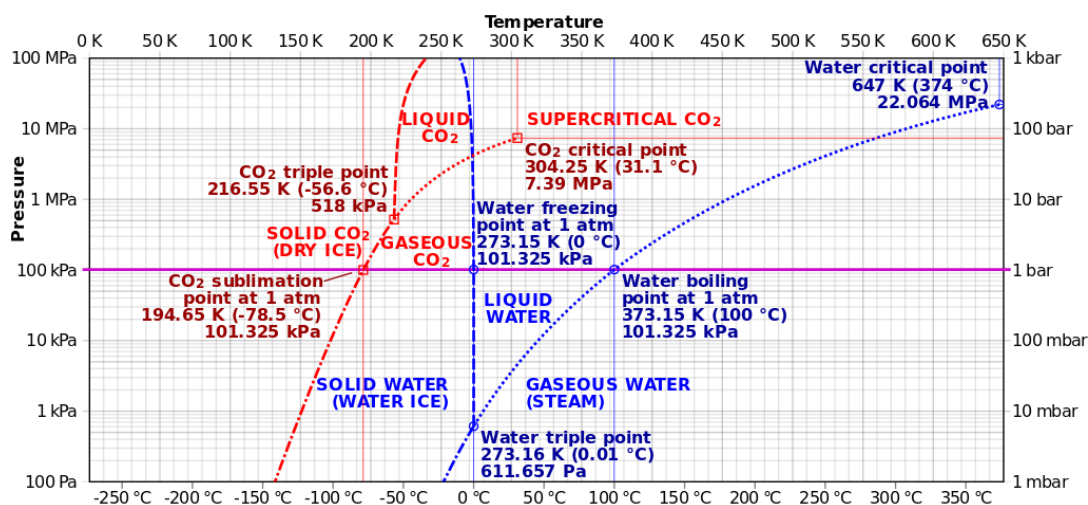
Mit den gegebenen Werten ( $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$ ,  $T = 120 \text{ K}$ ,  $\mu = 44$ ,  $P = 600 \text{ Pa}$ ) kommt man auf beachtliche

$$\dot{z} \sim 1 \text{ mm/s}. \quad (8)$$



**Abbildung 1:** Im Labor gemessener Absorptionsquerschnitt je Molekül  $O_3$  als Funktion der Wellenlänge (Quelle: Y. AOYAGI et al., 2012).

Bei dieser Rate würde sich bereits innerhalb einer Stunde eine mehrere Meter dicke Trockeneisschicht ablagern, die alles  $CO_2$  der Marsatmosphäre enthielte. Tatsächlich wird die Rate einerseits dadurch begrenzt, dass  $CO_2$  aus den Äquatorregionen zum jeweiligen Winterpol nachgeliefert werden muss. Effektiv ist der Druck unmittelbar über den Polkappen dadurch verringert; der Sättigungsdampfdruck für  $CO_2$  bei 120 K beträgt nur etwa 25 Pa (siehe Abb. 2). Starke Winde sind das Ergebnis. Viel wichtiger ist aber andererseits, dass das aufkondensierende Kohlendioxid freiwerdende Kondensationswärme an die Oberfläche überträgt. Diese Wärme kann nur begrenzt schnell abgeführt werden, der Oberfläche erhitzt sich leicht, der Sättigungsdampfdruck steigt, und es entsteht wieder ein „normales“ Gleichgewicht aus Sublimation und Kondensation.



**Abbildung 2:** Phasendiagramm für Kohlendioxid und Wasser (Quelle: Wikimedia Commons).